北京市西城区 2015 年高三二模试卷

数学（文科）2015.5

本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分，第Ⅰ卷 1 至 2 页，第Ⅱ卷 3 至 6 页，共 150 分．考试时长 120 分钟．考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回．

1．设集合 $A=\{x|x-1>0\}$，集合 $B=\{x|x\leqslant 3\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$(-1,3)$　　B．$(1,3]$　　C．$[1,3)$　　D．$[-1,3]$

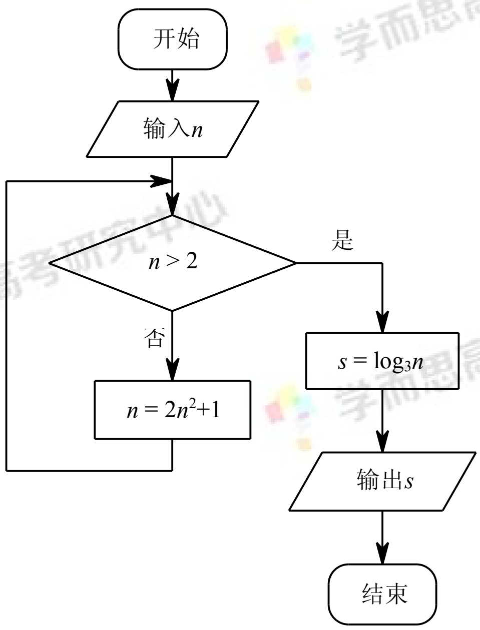
2．已知平面向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 满足 $\vec{a}=(-1,1)$，$\vec{b}=(2,3)$，$\vec{c}=(-2,k)$，若 $(\vec{a}+\vec{b})/\!/\vec{c}$，则实数 $k=$（　　）

A．4　　B．-4　　C．8　　D．-8

3．设命题 p：函数 $f(x)=e^{x-1}$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数；命题 q：函数 $f(x)=\cos 2x$ 为奇函数．则下列命题中真命题是（　　）

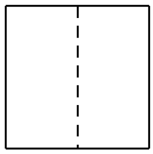
A．$p\wedge q$　　B．$(\neg p)\vee q$　　C．$(\neg p)\wedge(\neg q)$　　D．$p\wedge(\neg q)$

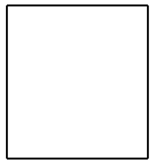
4．执行如图所示的程序框图，若输入的 $n\in\{1,2,3\}$，则输出的 s 属于（　　）

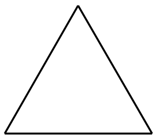


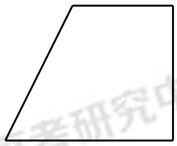
A．$\{1,2\}$　　B．$\{1,3\}$　　C．$\{2,3\}$　　D．$\{1,3,9\}$

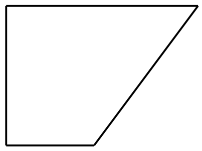
5. 一个几何体的三视图中，正（主）视图和侧（左）视图如图所示，则俯视图**不可能**为（ ）

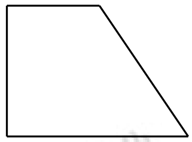

正（主）视图


侧（左）视图


A


B


C


D

6. 某生产厂商更新设备，已知在未来 x 年内，此设备所花费的各种费用总和 y（万元）与 x 满足函数关系 $y=4x^2+64$，若欲使此设备的年平均花费最低，则此设备的使用年限 x 为（ ）

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

7. “$m>3$”是“曲线 $mx^2-(m-2)y^2=1$ 为双曲线”的（ ）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=\sqrt{2}$，$BC=AA_1=1$，点 P 为对角线 AC_1 上的动点，点 Q 为底面 $ABCD$ 上的动点（点 P，Q 可以重合），则 B_1P+PQ 的最小值为（ ）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. 2

第Ⅱ卷（非选择题 共 110 分）

二、填空题：本小题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9. 复数 $\dfrac{10\mathrm{i}}{3+\mathrm{i}}=$______.

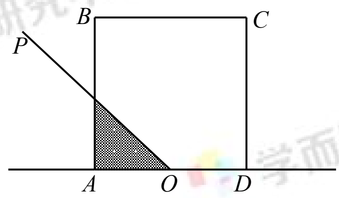
10. 抛物线 $C:y^2=4x$ 的准线 l 的方程是______；以 C 的焦点为圆心，且与直线 l 相切的圆的方程是____________.

11. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}, & x>1,\\ -x-2, & x\leqslant 1.\end{cases}$ 则 $f[f(2)]=$______；函数 $f(x)$ 的值域是______.

12. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 $a=\sqrt{7}$，$b=3$，$c=2$，则 $A=$__________；$\triangle ABC$ 的面积为_______.

13．若 x， y 满足 $\begin{cases} y \geqslant x, \\ y \leqslant 2x, \\ x+y \leqslant 1, \end{cases}$ 若 $z=x+my$ 的最大值为 $\frac{5}{3}$，则实数 $m=$_______.

14．如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，O 为 AD 的中点，射线 OP 从 OA 出发，绕着点 O 顺时针方向旋转至 OD，在旋转的过程中，记 $\angle AOP$ 为 $x\left(x\in[0,\pi]\right)$，$OP$ 所经过的在正方形 $ABCD$ 内的区域（阴影部分）的面积 $S=f\left(x\right)$，那么对于函数 $f\left(x\right)$ 有以下三个结论：



①$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

②函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ 上为减函数

③任意 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，都有 $f\left(x\right)+f\left(\pi-x\right)=4$；

其中所有正确结论的序号是____________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{\cos 2x(\sin x+\cos x)}{\cos x-\sin x}$．

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域；

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调增区间．

16．（本小题满分 13 分）

设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$a_1=1$，$a_{n+1}=1+S_n(n\in \mathbf{N}^*)$．

(1) 求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2) 若数列$\{b_n\}$为等差数列，且$b_1=a_1$，公差为$\dfrac{a_2}{a_1}$，当$n\geqslant 3$时，比较b_{n+1}与$1+b_1+b_2+\cdots+b_n$的大小．

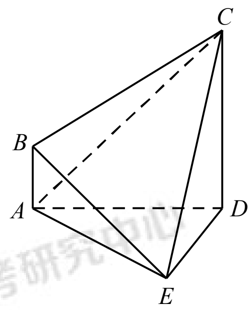
17．（本小题满分 14 分）

如图，在四棱锥$E-ABCD$中，$AE\perp DE$，$CD\perp$平面ADE，$AB\perp$平面ADE，$CD=DA=6$，$AB=2$，$DE=3$．

(2) 求棱锥$C-ADE$的体积；

(2) 求证：平面$ACE\perp$平面CDE；

(3) 在线段DE上是否存在一点F，使AF // 平面BCE？若存在，求出$\dfrac{EF}{ED}$的值；若不存在，说明理由．



18.（本小题满分 13 分）

某厂商调查甲、乙两种不同型号电视机在 10 个卖场的销售量（单位：台），并根据这 10 个卖场的销售情况，得到如图所示的茎叶图.

甲		乙
4 8 0 0	1	0 8
7 5 2	2	0 2 3
0	3	1 2 a b
3 1	4	3

为了鼓励卖场，在同型号电视机的销售中，该厂商将销售量高于数据平均数的卖场命名为该型号电视机的“星级卖场”.

（Ⅰ）求在这 10 个卖场中，甲型号电视机的“星级卖场”的个数

（Ⅱ）若在这 10 个卖场中，乙型号电视机销售量的平均数为 26.7，求 $a>b$ 的概率

（Ⅲ）若 $a=1$，记乙型号电视机销售量的方差为 s^2，根据茎叶图推断 b 为何值时，s^2 达到最小值.（只需写出结论）

（注：方差 $s^2=\frac{1}{n}\left[\left(x_1-\bar{x}\right)^2+\left(x_2-\bar{x}\right)^2+\cdots+\left(x_n-\bar{x}\right)^2\right]$，其中 $\bar{x}$ 为 x_1，x_2，…，x_n 的平均数）

19.（本小题满分 14 分）

设 F_1，F_2 分别为椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，点 A 为椭圆 E 的左顶点，点 B 为椭圆 E 的上顶点，且 $|AB|=2$.

⑴ 若椭圆 E 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$，求椭圆 E 的方程；

⑵ 设 P 为椭圆 E 上一点，且在第一象限内，直线 F_2P 与 y 轴相交于点 Q，若以 PQ 为直径的圆经过点 F_1，证明：点 P 在**直线** $x+y-2=0$ 上.

20．（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+ax^2}$，其中 $a\in\mathbf{R}$．

（Ⅰ）当 $a=-\dfrac{1}{4}$ 时，求函数 $f(x)$ 的图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）当 $a>0$ 时，证明：存在实数 $m>0$，使得对任意的实数 x，都有 $-m\leqslant f(x)\leqslant m$ 成立；

（Ⅲ）当 $a=2$ 时，是否存在实数 k，使得关于 x 的方程 $f(x)=k(x-a)$ 仅有负实数解？当 $a=-\dfrac{1}{2}$ 时的情形又如何？（只需写出结论）