

2015年全国硕士研究生入学 统一考试数学（二）

扫一扫, 对答案



1. 打开万题库考研题库客户端，扫描二维码
2. 提交答案后即可评分并查看解析

选择题:1-8小题, 每小题4分, 共32分。下列每题给出的四个选项中, 只有一个选项是符合要求的。

1. 下列反常积分中收敛的是 ()。

A.

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

B.

$$\int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$$

C.

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$$

D.

$$\int_2^{+\infty} \frac{x}{e^x} dx$$

2. 函数

$$\left(-\infty, +\infty \right)$$

在 () 内 ()。

A.

连续

B.

有可去间断点

C.

有跳跃间断点

D.

有无穷间断点

3. 设函数

$$f'(x) \text{ 在 } x = 0$$

若 $f'(x)$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 ()。

A.

B.

$$\alpha - \beta > 1 \quad 0 < \alpha - \beta \leq$$

C.

D.

$$\alpha - \beta > 2 \quad 0 < \alpha - \beta \leq$$

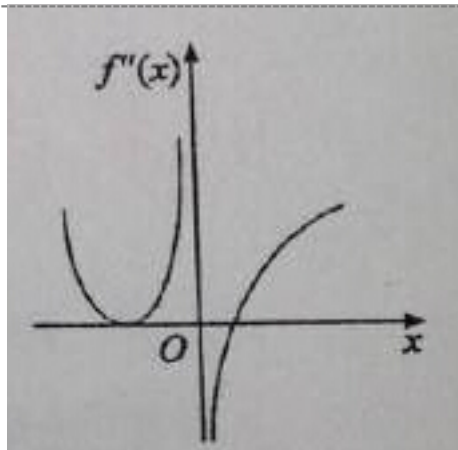
4. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 连续, 其二

$$f''(x)$$

阶导函数 $f''(x)$ 的图形如右图所示, 则曲线

$$y = f(x)$$

的拐点个数为 ()。



- A. 0
 B. 1
 C. 2
 D. 3

5. 设函数

$$f(u, v)$$

满足

$$\left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\substack{u=1 \\ v=1}} \quad \text{与} \quad \left. \frac{\partial f}{\partial v} \right|_{\substack{u=1 \\ v=1}}$$

，则

依次是（ ）。

- A. $\frac{1}{2}, 0$
 B. $0, \frac{1}{2}$
 C. $-\frac{1}{2}, 0$
 D. $0, \frac{1}{2}$

6. 设D是第一象限中曲线

$$2xy = 14, \quad xy = 1$$

与直线

$$y = x, \quad y = \sqrt{3}x$$

围成的平面区域, 函数

$$f(x, y)$$

在 D 上连续, 则

$$\iint_D f(x, y) dx dy$$

= ()。

A.

B.

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{\frac{1}{2\sin 2\theta}}^{\frac{1}{\sin 2\theta}} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr d\theta$$

C.

D.

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} d\theta \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin 2\theta} d\theta \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} f(r \cos \theta, \sqrt{\sin 2\theta}) d\theta \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sqrt{2\sin 2\theta}} d\theta$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 1 & 4 & a^2 \end{pmatrix}$$

7. 设矩阵

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ d \\ d^2 \end{pmatrix}$$

$$\Omega = \{1, 2\}$$

, 若集合

$$Ax = b$$

, 则线性方程组

有无穷多个解的充分必要条件为 ()。

A.

B.

$$a \notin \Omega, b \notin \Omega \quad a \notin \Omega, b \in \Omega$$

C.

D.

$$a \in \Omega, b \notin \Omega \quad a \in \Omega, b \in \Omega$$

8. 设二次型

$$f(x_1, x_2, x_3)$$

在正交交换

$$x = py$$

下的标准形为

$$2y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$$

, 其中

$$p = (e_1, e_2, e_3)$$

, 若

$$Q = (e_1, \dots, e_3, e_2), \text{ 则}$$

$$(x_1, x_2, x_3)$$

在正交交换下

$$x = Qy$$

的标准形为 ()

A.

B.

$$2y_1^2 - y_2^2 + 2y_3^2 + y_2^2 - y_3^2$$

C.

D.

$$2y_1^2 - y_2^2 - 2y_3^2 + y_2^2 + y_3^2$$

填空题:9-14小题, 每小题4分, 共24分。

$$\begin{cases} x = \arctan t \\ y = 3t + t^2 \end{cases}$$

9. 设

则

$$\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t=1} = \underline{\hspace{2cm}}$$

- A. B.
C. D.

$$f(x) = x^2 \cdot 2^x \quad x = 0$$

10. 函数 $f(x) = x^2 \cdot 2^x$ 在 $x = 0$ 的

$$n \text{ 阶导数 } f^{(n)}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

- A. B.
C. D.

$$f(x)$$

11. 设函数 $f(x)$ 连续,

$$\varphi(x) = \int_0^{x^2} x f(t) dt$$

, 若

$$\varphi(1) = 1 \quad \varphi'(1) = 5$$

则

$$f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$$

- A. B.
C. D.

$$y = y(x)$$

12. 设函数

是微分方程

$$y'' + y' - 2y = 0$$

的解, 且在

$$x = 0 \quad y = y(x)$$

处

取得极值3, 则

$$y = y(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

- A. B.
C. D.

$$z = z(x, y)$$

13. 若函数

由方程

$$e^{x+2y+3z} + xyz = 1$$

确定, 则

$$dz|_{(0,0)} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{5}$

14. 设3阶矩阵A的特征值为2, -2, 1,

$$B = A^2 + A + E$$

, 其中E为3阶单位矩阵, 则行

$$|B| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

列式

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{5}$

解答题: 15-25小题, 共94分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. 设函数

$$f(x) = \begin{cases} x^k \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

若 $f(x)$ 与 $g(x) = x^k \sin \frac{1}{x}$ 在 $x \rightarrow 0$ 是等价无穷小, 求

$$b, k \text{ 值。}$$

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{5}$

$$A > 0$$

16. 设 D 是由曲线段

$$y = A \sin x \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

及

$$y = 0, \quad x = \frac{\pi}{2}$$

直线

所围成的平面区域,

$$V_2$$

$$V_1 = V_2$$

分别表示 D 绕 x 轴与绕 y 轴旋转所成旋转体的体积, 若

, 求

A 的值。

A.

B.

C.

D.

17. 已知函数 $f(x, y)$ 满足

$$f'_x(x, 0) = (x + 1)e^x,$$

$$f(0, y) = y^2 + 27,$$

, 求

$$f(x, y)$$

的极值。

- A. B.
C. D.

$$\iint_D x(x+y) dx dy$$

18. 计算二重积分

, 其中

- A. B.
C. D.

19. 已知函数

$$f(x)$$

, 求零点的个数。

- A. B.
C. D.

20. 已知高温物体置于低温介质中, 任一时刻物体温度对时间的变化该时刻物体和介质的温差成正比, 现将一初始温度为 120°C 物体在 20°C 恒温介质中冷却, 30min后该物体温度降至 30°C , 若要将物体的温度继续降至 21°C , 还需冷却多长时间?

- A. B.
C. D.

$$f(x) \text{ 在区间 } [a, +\infty)$$

21. 已知函数

在区间

上具有2阶导数,

$$b > a \quad y^* = f(x)$$

, 设

, 曲线

在点

$$(b, f(b)) \quad x$$

处的切线与

轴的交点是

$$(x_0, 0) \quad a < x_0 < b$$

, 证明:

A.

B.

C.

D.

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 1 & a & -1 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$$

设矩阵

, 且

$$A^3 = 0$$

 a

22. (I) 求 的值

A.

B.

C.

D.

$$P P^{-1} A P$$

25. (II) 求可逆矩阵 P ，使 $P^{-1} A P$ 为对角矩阵

A.

B.

C.

D.