《高等代数I》考试大纲

一、课程教学基本要求

1．课程重点：

高等代数主要分为以下部分:矩阵,线性空间，线性变换, 多项式理论，线性方程组理论，行列式.

矩阵理论的重点在矩阵的运算、分块矩阵.

线性空间理论的重点在线性空间的概念、向量的线性关系、基、维数、坐标以及线性空间的直和分解.

线性变换的重点是线性变换的像、核求法以及不变子空间的判定.

多项式理论的重点在多项式的整除性，及多项式的因式分解理论.

线性方程组理论的重点在线性方程组的解的结构和求解的算法.

行列式的重点在行列式的计算.欧氏空间、二次型等内容上.

矩阵与行列式是研究线性关系的重要工具，也是课程的重点内容之一，矩阵的方法贯穿课程的始终.

2．课程难点：

本课程的难点很多，从知识上讲，线性空间的概念、向量的线性相关性、线性映射，多项式在有理数域的分解、方程组解的判定、二次型正定的判定等等；从方法上讲，高等代数课程解决问题的方法比较灵活，技巧性比较强，是不易学习和掌握的.

3．能力培养要求：

要求学生熟练掌握线性空间和线性变换的基本理论，熟练掌握矩阵的初等变换、行列式这种重要的数学工具，掌握多项式的因式分解理论、向量组线性相关及线性无关理论.初步掌握线性代数的方法和技巧.

二、课程教学内容与学时

1．**预备知识**

熟悉基本的概念：集合及运算，等价关系，映射、数域；

**2．多项式**

2.1 多项式，带余除法，整除性

掌握带余除法，多项式的整除性.

2.2 最大公因式

了解公因式的概念，掌握最大公因式的定义、性质、算法.

2.3 因式分解

了解多项式的唯一分解定理，了解重因式及其判断方法、掌握不可约多项式及性质.

2.4多项式的根

熟练掌握余式定理及其应用.

2.5复系数、实系数多项式

掌握代数学基本定理，了解复系数、实系数多项式在相应数域中的分解形式，掌握根与系数的关系定理.

2.6整系数多项式

了解本原多项式的概念及Gauss引理，掌握Eisenstein判别法.

**3．矩阵**

3.1 矩阵的概念及运算

了解矩阵的背景，熟练掌握矩阵的和、差、数乘、乘法、转置运算.

3.2 矩阵的初等变换

熟练掌握矩阵的初等变换，掌握初等方阵与初等变换的关系.

3.3 矩阵的相抵

了解掌握矩阵相抵的概念、相抵的标准形、矩阵的逆及其计算方法.

3.4分块矩阵

了解分块矩阵的概念及矩阵的分块运算.

3.5矩阵的秩

熟练掌握运用矩阵的秩的定义，以及秩的基本性质.

**4. 线性空间**

4.1 线性空间

掌握线性空间的概念及重要的线性空间实例.

4.2 向量的线性相关性

理解向量的线性相关、线性无关的概念，并能熟练掌握和使用线性相关性的重要结果.

4.3 基、维数、坐标、坐标变换

理解和掌握基、维数的概念，掌握坐标变换及过渡矩阵的计算.

4.4线性子空间

了解构成线性子空间的条件.

4.5子空间的和与交、直和

掌握子空间的和与交的运算，掌握直和的概念及直和的等价条件.

4.6线性空间的同构

了解线性空间同构的概念，掌握线性空间由其维数决定的结论.

**5.线性变换**

5.1 线性映射

掌握线性映射的定义及矩阵表示，理解掌握线性映射的象与核的概念及相关结果.

5.2 线性映射的像与核

掌握线性映射的像与核的概念，以及与基和维数的关系.

5.3 线性变换

掌握线性变换的定义及矩阵表示，掌握线性变换的运算.

5.4 不变子空间

掌握不变子空间的定义及相关结论.

5.5 特征值与特征向量

掌握线性变换的特征值与特征向量的定义与性质，并可以根据线性变换的特点计算该变换的特征值与特征向量，掌握矩阵对角化的条件.

**6． 欧氏空间**

6.1 内积

熟练掌握内积的定义及性质.

6.2 标准正交基

掌握度量矩阵、标准正交基的定义，以及正交化方法.

6.3 正交子空间

6.4 正交变换

了解正交变换的概念与意义.

6.5 对称变换

掌握对称变换的定义及相关结论.

**7． 二次型**

7.1 二次型的定义

7.2 二次型的标准形

掌握惯性定理，了解和掌握在实数域、复数域中二次型的规范型.

7.3 正定二次型

掌握二次型的定性，及正定、半正定的充要条件.

**8． 线性方程组**

8.1 Gauss消元法

熟练掌握Gauss消元法，了解线性方程组的解的形式.

8.2 线性方程组

熟练掌握线性方程组的解的结构及求解方法.

**9． 行列式**

9.1 行列式的定义

了解逆序的概念，掌握行列式的定义.

9.2 行列式的性质与计算

熟练掌握行列式的性质，掌握行列式按行列展开的方法，能够熟练计算行列式的值.

9.3 行列式理论的应用

掌握Crame法则，能够利用行列式解决以前各章出现的相关问题.

**10． 相似标准形**

10.1 特征值与特征向量的计算

熟练掌握特征值与特征向量的计算.

10.2 对称矩阵的标准形的计算

熟练计算对称矩阵的标准形

10.3 特征多项式与最小多项式

了解特征多项式与最小多项式的概念及性质，矩阵对角化的条件.

10.4 Jordan标准形

掌握Jordan标准形的定义、推导、计算.

10.5 Jordan标准形的又一推导

了解λ-矩阵、初等因子、不变因子的概念，了解利用λ-矩阵计算矩阵Jordan标准形的方法.

三、教材与参考书

教材

1. 申亚男、李为东编著，《高等代数》，机械工业出版社，2015年9月第1版

2．北京大学几何与代数教研室代数小组编，《高等代数》，高等教育出版社1991，第3版

参考书

1. 许以超编，《线性代数与矩阵论》，高等教育出版社，1992年，第1版

2. 屠伯埙, 徐诚浩, 王芬编，《高等代数》，上海科技出版社，1987年，第1版

3. 丘维声编，《高等代数》，高等教育出版社，1996年，第1版