**《数学分析》考试大纲**

**一.课程教学基本要求**

**1．课程重点**：

各章的重点依次为：实数集的性质，确界的概念、确界原理；数列极限的定义、性质及计算；函数极限的概念、性质及计算；函数连续性的概念和闭区间上连续函数的性质；导数与微分的概念及其计算；微分中值定理, 泰劳公式, 利用导数研究函数的单调性,极值与凸性；实数完备性基本定理的证明和应用；换元积分法和分部积分法；函数可积性条件；定积分的几何应用和物理应用；反常积分的收敛判别法；级数敛散性概念和正项级数收敛判别法；函数列一致收敛的概念，极限函数与和函数的分析性质；幂级数的收敛半径、收敛区间，函数展为幂级数；将函数展为傅里叶级数；平面点集的有关概念，多元函数极限与连续性概念，二重极限与累次极限的关系；偏导数、全微分的概念及它们之间的关系，多元函数的极值；隐函数微分法和多元函数的条件极值；含参量反常积分的一致收敛性判别，含参量反常积分的性质；两类曲线积分的概念与计算；二重积分的概念、性质，格林公式及应用，曲线积分与路线无关的几个重要条件，二重积分和三重积分的计算；第一型和第二型曲面积分的定义、计算，高斯公式及应用；常微分方程的基本概念，常微分方程的初等解法.

**2．课程难点**：

各章的难点依次为：确界的定义及应用；数列极限的“*ε*—*N*”定义及柯西准则；函数极限的“*ε*—*δ*”定义与“*ε*—*X*”定义，柯西准则和海涅定理的运用；一致连续性的概念；求复合函数导数；构造辅助函数，利用微分中值定理解决问题，函数的凸性； 实数完备性基本定理的证明和应用；积分计算技巧；函数可积性条件的讨论；定积分的几何应用和物理应用；反常积分敛散性判别；一般级数敛散性的判别法；一致收敛概念、判别及应用；幂级数收敛区间端点处敛散性判别；傅里叶级数收敛性的判别和收敛定理的证明；平面点集的概念，二重极限与累次极限的关系；全微分、偏导数之间的关系，高阶复合函数的偏导数；隐函数定理；含参量广义积分的一致收敛性判别与性质；两类曲线积分的关系；重积分的变换，化重积分为累次积分；两类曲面积分的关系，高斯公式、斯托克斯公式及应用.

**二.课程教学内容与学时**

**课堂教学1． 实数集与函数**

1.1 掌握实数的基本性质，熟练运用绝对值的有关性质和常用的不等式；

1.2理解邻域、确界概念，掌握确界原理；

1.3理解函数、复合函数、反函数和初等函数的定义，熟悉函数的各种表示方法，掌握初等函数的性质和图象；

1.4 理解函数的有界性、单调性、奇偶性、周期性.

**2． 数列极限**

2.1 准确理解数列极限的ε - N定义，会用定义证明极限；

2.2理解并能证明收敛数列的性质；掌握求数列极限的常用方法；

2.3 理解数列发散、单调、有界和无穷小数列等有关概念，理解数列收敛的条件，收敛性的判别法；掌握用单调有界原理证明数列收敛，理解用Cauchy准则判断数列的敛散性.

**3．函数极限**

3.1 准确理解函数极限的ε - δ定义，会用定义证明极限；

3.2 掌握函数极限的基本性质和求极限的常用方法；

3.3 理解数列收敛的条件，掌握海涅定理和柯西准则的实质和证明思路，并用其判定函数极限的存在性；

3.4 掌握两个重要极限的结论、证明及应用；

3.5 理解无穷小（大）量及其阶的概念，会利用它们求某些函数的极限.

**4．函数的连续性**

4.1 理解函数在一点连续的定义及等价叙述；理解在一点间断的概念；掌握函数连续性和连续函数的概念；

4.2 熟悉连续函数的有界性、保号性和运算性质并灵活应用；掌握闭区间连续函数的主要性质，理解其几何意义并应用；理解闭区间一致连续的概念；

4.3 依据初等函数的连续性求函数极限.

**5．导数和微分**

5.1 理解函数在一点导数存在的定义及物理、几何意义，计算函数的导数；明确导数与单侧导数、可导与连续的关系；熟练导数的物理、几何应用；

5.2 熟练掌握导数的四则运算法则，复合函数的求导法则，计算反函数的导数；

5.3 熟练应用含参变量的求导法则进行导数运算；

5.4 了解高阶导数定义，理解和运用一阶微分的形式不变性，熟悉高阶导数的计算；

5.5 理解函数在一点的微分的定义、几何解释，求初等函数的微分；明确函数在一点可导与一点可微之间的一致性，并应用微分进行近似计算.

**6．微分中值定理及其应用**

6.1 掌握三个微分中值定理的内容、证明方法、应用，理解其分析意义与几何意义，了解三者之间的包含关系；

6.2 熟练掌握L’Hospital法则求某些不定式的极限；理解函数在一区间上单调以及严格单调的意义和条件；熟练掌握运用导数判断函数单调性与单调区间的方法；能利用函数的单调性证明某些不等式；

6.3 理解Taylor定理，掌握Taylor公式，熟记一些常用初等函数的Taylor展开公式；熟悉两种不同余项的Taylor公式及其之间的差异及应用；

6.4 了解函数极值的概念，取得极值必要条件及充分条件；掌握求函数极值的一般方法和步骤；灵活运用第一、第二充分条件判定函数的极值与最值；

6.5 理解函数凸性、曲线的拐点的概念，掌握讨论函数的凹凸性的方法，能应用函数的凸性证明某些有关的命题；

6.6利用函数的单调性、极值、凹凸性、拐点等性质大致描绘函数图象.

**7．实数的完备性**

7.1 掌握实数六个基本定理，理解其意义和重要性；了解定理间的等价性；

7.2 应用基本定理证明闭区间上连续函数的基本性质和一些有关命题；

7.3 了解上极限、下极限的概念以及与极限的关系.

**8．不定积分**

8.1 理解不定积分的概念，掌握原函数与不定积分的概念及其之间的区别；掌握不定积分的线性运算法则，熟练掌握不定积分的基本积分公式；

8.2 熟练地应用换元积分公式和分部积分公式；

8.3掌握化有理函数为分项分式的方法；求四种有理最简真分式的不定积分，学会求某些有理函数的不定积分的技巧；求某些简单无理函数和三角函数有理式不定积分的方法.

**9．定积分**

9.1 理解并掌握定积分的思想：分割、近似求和、取极限，进而会利用定义解决问题；

9.2 理解微积分基本定理的意义，熟练地应用牛顿-莱布尼兹公式计算定积分

9.3理解可积的必要条件以及上和、下和的性质，掌握可积的充要条件及可积函数类，证明可积性问题；

9.4理解并熟练地应用定积分的性质；

9.5 掌握换元积分法和分部积分法，并能解决计算问题.

**10．定积分的应用**

10.1理解微元法的思想，将实际问题化成定积分；计算平面区域的面积；

10.2 应用本章给出的公式，用截面面积计算体积；

10.3计算平面曲线的弧长；

10.4计算旋转曲面的面积；

10.5计算变力作功等物理问题.

**11．常微分方程解法简介**

了解常微分方程与解的概念，熟练掌握方程类型的判别，熟练掌握五种基本初等积分法——变量分离方程解法，常数变易法，全微分方程解法，参数法，降阶法，二阶线性常系数微分方程解法.

**12．多元函数的极限与连续**

12.1 理解平面点集的有关概念，掌握R2上的完备性定理，理解多元函数的概念；

12.2 掌握二元函数极限的定义，深刻理解累次极限与重极限的关系；

12.3 理解二元函数连续性的概念，掌握闭区域上连续函数的性质.

**13．多元函数微分学**

13.1 理解二元函数可微和偏导数的定义，深刻理解可微与偏导数存在的关系，可微性条件、几何意义；

13.2 熟练复合函数的求导法则，理解多元函数一阶微分形式不变性；

13.3 理解掌握三元函数的方向导数与梯度的概念和计算；

13.4 理解并掌握二元函数微分中值定理和Taylor公式，解决多元函数极值问题.

**14．隐函数定理及其应用**

14.1 了解隐函数存在性条件，掌握隐函数定理，熟练隐函数求导；

14.2 了解隐函数组、反函数组的概念，理解隐函数组、反函数组定理的内容

14.3 熟悉隐函数组定理的几何应用；

14.4 掌握求条件极值的拉格朗日乘数法.

**15．曲线积分**

15.1 理解第一型曲线积分的定义，熟悉第一型曲线积分的计算；

15.2 理解第二型曲线积分的定义，熟悉第二型曲线积分的计算；

**16．重积分**

16.1 理解二重积分的定义及存在性，熟悉二重积分的性质；

16.2 掌握直角坐标系下二重积分的计算

16.3 掌握格林公式计算曲线积分，理解曲线积分与路线的无关性；

16.4 熟悉二重积分的变量变换公式，掌握用极坐标计算二重积分；

16.5 理解三重积分的概念，掌握三重积分的计算

16.6 熟练重积分在几何与力学方面的应用.

**17．曲面积分**

17.1 理解第一型曲面积分的概念，熟练第一型曲面积分的计算；

17.2 理解第二型曲面积分的概念，熟练第二型曲面积分的计算；

17.3 利用高斯公式和斯托克斯公式求曲面积分.

17.4 场论初步

**18．反常积分**

18.1 理解反常积分的概念，反常积分的含义与性质；

18.2 理解反常积分敛散性的含义，掌握反常积分敛散性的判别方法；

18.3 掌握无穷积分和瑕积分的性质与敛散性的判别方法.

**19．数项级数**

19.1 理解级数与数列的关系，级数敛散性的概念；掌握级数收敛的Cauchy准则，收敛级数的性质；

19.2 掌握正项级数收敛的各种判别原则和方法；

19.3 掌握交错级数收敛性判别法，了解级数的绝对收敛的概念和性质；掌握一般项级数收敛的阿贝尔判别法和狄利克雷判别法.

**20．函数列与函数项级数**

20.1 理解函数列收敛和一致收敛的定义、几何意义，函数列或函数项级数与极限函数的关系；掌握判别一致收敛的Cauchy准则、M – 判别法、Abel判别法、Dirichlet判别法；

20.2 掌握一致收敛函数列与函数项级数的性质.

**21．幂级数**

21.1 理解幂级数的收敛半径、收敛域的概念，并会计算收敛半径，分析收敛域；掌握幂级数的一致收敛性判别方法和幂级数的性质；

21.2 理解函数和Taylor展式间的关系，掌握函数的幂级数展开.

**22．傅里叶级数**

22.1 了解三角级数的有关概念，掌握三角函数系的特性；理解2π为周期的函数的Fourier级数的定义、收敛定理；

22.2 理解奇、偶函数的Fourier级数，掌握将一个函数展开成Fourier级数；

22.3 掌握Fourier级数收敛性定理证明.

**23．含参量积分**

23.1 理解含参量积分的概念，掌握含参量积分的连续性、可微性与可积性定理及应用；

23.2 理解含参量反常积分的概念，一致收敛的定义，掌握一致收敛的判别方法，含参量反常积分的性质；

23.3 了解Γ函数和Β函数的性质及二者关系.

1. **教材与参考书**

**教材**

1. 华东师范大学数学系编，《数学分析》（上、下），高等教育出版社，2010年，第四版.

**参考书**

1. 斐礼文编，《数学分析中的典型问题与方法》，高等教育出版社，2008年，第二版.

2. 林源渠，方企勤编，《数学分析解题指南》，北京大学出版社，2003年，第一版.

3．吴良森 毛羽辉 韩士安 吴畏编，《数学分析学习指导》高等教育出版社，2004年第一版.

4. 谢惠民，恽自求编，《数学分析习题课讲义》，高等教育出版社，2003年，第一版.

5. B.A.卓里奇，《数学分析（第四版）》，高等教育出版社，2006年.

6. 盖尔鲍姆，奥姆斯特德，《分析中的反例》，上海科学技术出版社，1980年.